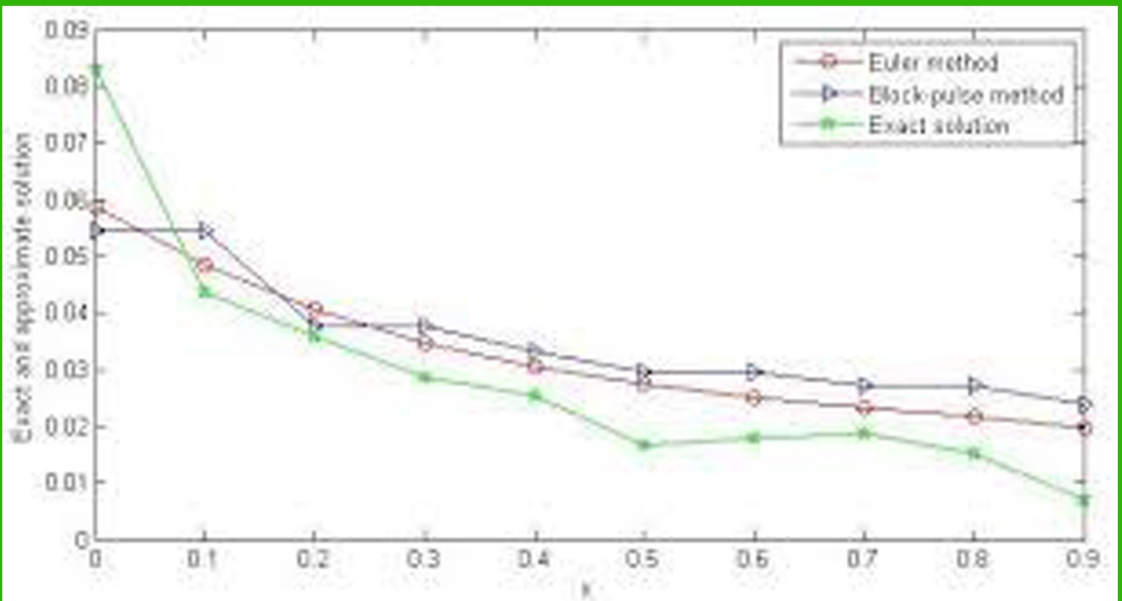


موجک‌ها در حل عددی معادلات انتگرال تصادفی

دکتر میثم منتظر

دکتر محسن فلاح پور



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

موجک‌ها در حل عددی معادلات انتگرال تصادفی

تالیف:

دکتر میثم منتظر

دکتر محسن فلاح پور



انتشارات موجک



سرشناسه : منتظر، میثم، ۱۳۶۶-

عنوان و نام پدید آور : موجک‌ها در حل عددی معادلات انتگرال تصادفی / تالیف میثم منتظر، محسن فلاح پور.

مشخصات نشر : تهران: انتشارات موجک، ۱۳۹۹.

مشخصات ظاهری : ۱۰۳ ص.

شابک : ۵-۲۴۳-۹۹۴-۶۰۰-۹۷۸، ۳۷۰۰۰۰ ریال

وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر

شناسه افزوده : فلاح پور، محسن، ۱۳۵۷-

شماره کتابشناسی ملی : ۷۴۳۲۷۲۷

وضعیت رکورد : فیپا



انتشارات موجک

واتساپ: ۰۹۳۶۳۰۳۱۲۵۸ کانال: telegram.me/mojak1

تلفن مرکز پخش: ۰۲۶۳۲۷۰۵۳۱۸ - ۰۲۶۳۲۷۲۱۸۱۹ - ۰۲۱۶۶۱۲۷۵۹۳ - ۰۶۶۴۲۹۷۳۳ - ۰۲۰۷۰۶۰۲

انتشارات
موجک
شماره
۱۰۷۲۸

ایمیل: mojakpublication@yahoo.com

سایت: www.mojak.ir

عنوان : موجک‌ها در حل عددی معادلات انتگرال تصادفی

تالیف : دکتر میثم منتظر، دکتر محسن فلاح پور

مشخصات ظاهری : ۱۰۳ صفحه، قطع وزیری

چاپ اول : زمستان ۱۳۹۹، تیراژ : ۵۰۰ جلد

قیمت : ۳۷۰۰۰۰ ریال، شابک : ۵-۲۴۳-۹۹۴-۶۰۰-۹۷۸

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر برای انتشارات موجک محفوظ است. هیچ شخص حقیقی و

حقوقی حق چاپ و تکثیر این اثر را به هر شکل و صورت اعم از فتوکپی، چاپ کتاب و ... را ندارد.

متخلفین به موجب بند ۵ ماده قانون حمایت از ناشرین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱	پیش‌گفتار.....
۵	فصل اول: مفاهیم اولیه در حسابان تصادفی.....
۵	۱-۱ مقدمه.....
۵	۲-۱ مفاهیم اساسی احتمال.....
۱۰	۳-۱ فرایند مانا.....
۱۰	۴-۱ فرایندهای با نمونه‌های مستقل.....
۱۱	۵-۱ فرایند گوسی.....
۱۱	۶-۱ پیوستگی مسیرها.....
۱۲	۷-۱ نامساوی هولدر.....
۱۲	۸-۱ نامساوی گرانول.....
۱۲	۹-۱ شرط رشد خطی.....
۱۳	۱۰-۱ انتگرال ریمان.....
۱۳	۱۱-۱ انتگرال اشتیلیس.....
۱۳	۱۲-۱ انتگرال اشتیلیس نسبت به توابع یکنوا.....
۱۵	فصل دوم: انواع معادلات انتگرال.....
۱۵	۱-۲ مقدمه.....

- ۲-۲ کاربرد معادلات انتگرال ۱۵
- ۳-۲ تقسیم بندی معادلات انتگرال ۱۶
- ۱-۳-۲ معادلات انتگرال فردهلم ۱۶
- ۲-۳-۲ معادلات انتگرال ولترا ۱۷
- ۳-۳-۲ معادلات انتگرال-دیفرانسیل ۱۷
- ۴-۳-۲ معادلات انتگرال منفرد ۱۸
- ۴-۲ روش های حل معادلات انتگرال ۱۸
- ۱-۴-۲ روش های تحلیلی ۱۸
- ۲-۴-۲ روش های عددی حل معادلات دیفرانسیل ۲۲
- ۵-۲ پایداری روش های عددی ۲۴
- ۶-۲ پایداری نقاط تعادل ۲۴

فصل سوم: فرایندهای تصادفی ۲۷

- ۱-۳ مقدمه ۲۷
- ۲-۳ حرکت براونی ۲۷
- ۳-۳ معادله دیفرانسیل تصادفی ۳۰
- ۴-۳ جواب تصادفی ۳۱
- ۵-۳ جواب های معادلات دیفرانسیل خطی ۳۲
- ۶-۳ معادله دیفرانسیل تصادفی نمایی ۳۲
- ۷-۳ فرمول ایتو برای حرکت براونی ۳۲
- ۸-۳ فرمول ایتو برای فرایندهای ایتو ۳۳
- ۹-۳ فرمول ایتو برای توابع دو متغیره ۳۴
- ۱۰-۳ جواب های معادلات دیفرانسیل کامل ۳۵
- ۱۱-۳ جواب های قوی ۳۶
- ۱۲-۳ جواب های ضعیف ۳۶

فصل چهارم: موجک هار یکنواخت و غیر یکنواخت ۳۹

۳۹-۱-۴ مقدمه ۳۹

۳۹-۲-۴ موجک هار ۳۹

۴۰-۱-۲-۴ موجک هار یکنواخت ۴۰

۴۱-۲-۲-۴ موجک هار غیر یکنواخت ۴۱

فصل پنجم: روش موجک هار غیر یکنواخت برای حل معادلات انتگرال ایتو-ولترای

خطی تصادفی ۴۵

۴۵-۱-۵ مقدمه ۴۵

۴۶-۲-۵ موجک هار غیر یکنواخت ۴۶

۴۸-۳-۵ تقریب تابع ۴۸

۴۹-۴-۵ موجک هار غیر یکنواخت تصادفی ۴۹

۵۴-۵-۵ آنالیز خطا ۵۴

۶۱-۶-۵ مثال‌های عددی ۶۱

۶۴-۷-۵ نتیجه‌گیری ۶۴

فصل ششم: حل عددی معادلات انتگرال ولترای خطی با استفاده از موجک‌های هار

غیر یکنواخت ۶۵

۶۵-۱-۶ مقدمه ۶۵

۶۶-۲-۶ موجک هار غیر یکنواخت ۶۶

۶۹-۳-۶ ویژگی‌های تعامد ۶۹

۶۹-۴-۶ تابع پله‌ای هویساید ۶۹

۷۰-۵-۶ تقریب تابع ۷۰

۷۱-۶-۶ شرح روش پیشنهادی ۷۱

۷۲-۷-۶ آنالیز خطا ۷۲

۶-۸ مثال‌های عددی ۷۷

۶-۹ نتیجه‌گیری ۸۰

فصل هفتم: حل عددی معادلات انتگرال ولترای تصادفی بر پایه‌ی موجک هار

یکنواخت با استفاده از روش مستقیم ۸۱

۱-۷ مقدمه ۸۱

۲-۷ موجک هار یکنواخت ۸۲

۳-۷ تابع پله‌ای هویساید ۸۴

۴-۷ تقریب تابع ۸۴

۵-۷ روش موجک هار ۸۶

۶-۷ آنالیز خطا ۸۹

۷-۷ مثال عددی ۹۵

۷-۸ نتیجه‌گیری ۹۷

واژه‌نامه تخصصی ۹۹

منابع ۱۰۱

پیش‌گفتار

در این کتاب، معادلات انتگرال ولترای تصادفی معرفی شده‌اند. واضح است که حل عددی این نوع معادلات غالباً نه تنها پیچیده بلکه غیرممکن می‌باشد. بنابراین حل این دسته از معادلات دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشد. در این کتاب، توابع متعامد پایه‌ای هار به صورت یکنواخت و غیر یکنواخت برای تقریب جواب معادلات انتگرال ولترای تصادفی استفاده می‌شوند. با استفاده از این توابع، معادلات انتگرال ولترای تصادفی به یک دستگاه معادلات جبری تقلیل می‌یابند، سپس ما دستگاه به‌دست آمده را با استفاده از روش مستقیم حل می‌نماییم. به‌طور مشابه، توابع هار غیر یکنواخت برای حل معادلات انتگرال ولترا بر پایه‌ی روش ماتریس عملیاتی انتگرال استفاده شده‌اند. همچنین در کار انجام شده آنالیز خطای روش‌های پیشنهادی نیز ارائه شده‌اند. بعلاوه، نمونه مثال‌های عددی نیز برای نشان دادن دقت و کارایی روش‌های پیشنهادی ارائه شده‌اند.

به‌طور کلی معادلات انتگرال دارای کاربردهای مهمی در علوم مختلف از جمله ریاضی، آمار، فیزیک، مکانیک، زیست‌شناسی و ... می‌باشند. اگر بخواهیم این معادلات را واقع بینانه‌تر مورد بررسی قرار دهیم، به معادلات انتگرال تصادفی می‌رسیم. با توجه به اینکه آنچه در محیط اطراف ما می‌گذرد عامل تصادفی نقش زیادی دارد، مدل‌سازی مبتنی بر عامل تصادفی، پدیده‌های اطراف ما را واقعی‌تر به نمایش می‌گذارند. تصادفی بودن در کاربرد، بدین مفهوم است که مثلاً وجود برخی اختلالات در نوسان قیمت‌ها در امور مالی، پارازیت‌ها در علوم فیزیکی و ... باعث می‌شود معادله از حالت ریاضی معمولی خارج شده و به یک معادله تصادفی با ابعاد مختلف تبدیل شود که یافتن جواب تحلیلی برای آن‌ها مشکل باشد. از این رو تقریب جواب چنین مسائلی بسیار کاربردی و با اهمیت جلوه می‌کند. از آن‌جا که جواب تحلیلی چنین معادلاتی با توجه به پیچیدگی معمولاً وجود ندارد، حل عددی این گونه از مسایل بسیار ارزشمند به نظر می‌رسد. بنابراین، محققان این حوزه برای یافتن جواب این نوع معادلات از روش‌های عددی استفاده کرده‌اند. روش‌های عددی معمولاً

بر پایه جایگزینی متغیرهای پیوسته با متغیرهای گسسته با اصول خطی سازی است که با تکنیک تکراری با استفاده از الگوریتم رایانه‌ای حل می‌شود. نکته مهم در تقریب جواب چنین معادلاتی آن است که جواب‌های به دست آمده به دلیل تصادفی بودن نسبت به جواب دقیق ممکن است کاملاً متفاوت باشند، لذا در این روش‌ها با تکرار جواب‌ها و میانگین‌گیری از آن‌ها جواب‌های دقیق‌تری را می‌توان مشاهده نمود.

با توجه به مطالبی که در ابتدا ذکر نمودیم، در فصل اول نظری اجمالی بر انواع معادلات انتگرال و روش‌های حل آنها می‌اندازیم.

در فصل دوم، به مفاهیم اساسی در فرایند تصادفی بطور خلاصه اشاره می‌کنیم، همچنین در این فصل تعاریف مورد نیاز در فرایندهای تصادفی را نیز بیان می‌نماییم.

در فصل سوم، ابتدا حرکت براونی را شرح داده سپس به چگونگی تبدیل معادله دیفرانسیل معمولی به معادله دیفرانسیل تصادفی اشاره کرده و رابطه‌ی بین معادله دیفرانسیل تصادفی و انتگرال تصادفی را بیان می‌کنیم. در ادامه انتگرال ایتو و خواص آن را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، همچنین جوابهای قوی و ضعیف معادله دیفرانسیل تصادفی را تعریف می‌کنیم.

در فصل چهارم، موجک‌ها را یکنواخت و موجک‌ها را غیر یکنواخت به همراه ویژگی‌های آنها عنوان شده‌اند.

در فصل پنجم، با استفاده از موجک‌ها را غیر یکنواخت مبتنی بر روش مستقیم حل معادلات انتگرال ولترای تصادفی را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در این فصل، آنالیز خطای روش استفاده شده را نیز مورد بررسی قرار داده‌ایم. همچنین، دو مثال عددی برای راستی آزمایشی روش استفاده شده را بیان نموده‌ایم.

در فصل ششم، از روش موجک‌ها را غیر یکنواخت مبتنی بر ماتریس عملیاتی انتگرال برای حل معادلات انتگرال ولترای استفاده شده است. نتایج عددی به دست آمده نیز بیانگر دقت روش می‌باشد. سرانجام در فصل هفتم، با استفاده از موجک‌ها را یکنواخت مبتنی بر روش مستقیم حل معادلات انتگرال ولترای تصادفی را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در این فصل، آنالیز خطای روش استفاده شده را نیز مورد بررسی قرار داده‌ایم. همچنین، یک مثال عددی برای راستی آزمایشی روش استفاده شده را بیان نموده‌ایم.

فصل‌های پنجم، ششم و هفتم این کتاب، جزء فصل‌های اصیل آن می‌باشند به طوری‌که مقالات زیر از آنها استخراج شده است:

A- Non-uniform Haar wavelet method for solving linear stochastic Ito-Volterra integral equations

B- Numerical solution of linear Volterra integral equations using Non-uniform Haar wavelets

C- Numerical solution of linear Volterra integral equations based on operational matrix of integration by using non-uniform Haar wavelets

D- Numerical solution of stochastic Volterra integral equations based on uniform Haar wavelets by using direct method

E- A computational method for solving stochastic Volterra integral equations by using non-uniform Haar wavelets based on operational matrices

دکتر میثم منتظر، دکتر محسن فلاح پور

زمستان ۱۳۹۹

Waveletes in Numerical Solution of Stochastic Integral Equations

Dr. Meisam Montazer

Dr. Mohsen Fallahpour

به طور کلی معادلات انتگرال دارای کاربردهای مهمی در علوم مختلف از جمله ریاضی، آمار، فیزیک، مکانیک، زیست شناسی و ... می باشند. اگر بخواهیم این معادلات را واقع بینانه تر مورد بررسی قرار دهیم، به معادلات انتگرال تصادفی می رسیم. با توجه به اینکه آنچه در محیط اطراف ما می گذرد عامل تصادفی نقش زیادی دارد، مدل سازی مبتنی بر عامل تصادفی، پدیده های اطراف ما را واقعی تر به نمایش می گذارند. تصادفی بودن در کاربرد، بدین مفهوم است که مثلا وجود برخی اختلالات در نوسان قیمت ها در امور مالی، پارازیت ها در علوم فیزیکی و ... باعث می شود معادله از حالت ریاضی معمولی خارج شده و به یک معادله تصادفی با ابعاد مختلف تبدیل شود که یافتن جواب تحلیلی برای آن ها مشکل باشد. از این رو تقریب جواب چنین مسائلی بسیار کاربردی و با اهمیت جلوه می کند. از آن جا که جواب تحلیلی چنین معادلاتی با توجه به پیچیدگی معمولا وجود ندارد، حل عددی این گونه از مسایل بسیار ارزشمند به نظر می رسد. بنابر این، محققان این حوزه برای یافتن جواب این نوع معادلات از روش های عددی استفاده کرده اند. روش های عددی معمولا بر پایه جایگزینی متغیرهای پیوسته با متغیرهای گسسته با اصول خطی سازی است که با تکنیک تکراری با استفاده از الگوریتم رایانه ای حل می شود.

